

**Physikalische und mathematische Grundlagen zu den Vorlesungen über  
„Schallsensoren“  
im Modul „Sensorik Vertiefung“**

von

Prof. Dipl.-Phys. Dipl.-Ing. Edmund R. Schieble

## 14 Schallsensoren

### 14.1 Allg. Physikalische und akustische Grundlagen

Die Schall- Sensorik ist ingenieurwissenschaftlich gesehen ein Untergebiet der Technischen Akustik, diese ist wiederum ein Untergebiet der Technischen Gasdynamik. Physikalisch sind Schallwellen in ruhenden Gasen und in ruhenden Flüssigkeiten wegen der Volumenelastizität sog. Longitudinalwelle, und in Festkörpern wegen der Formelastizität auch Transversalwellen. Schallwellen verursachen Druckschwankungen im Schall-Übertragungsmedium und breiten sich mit einer charakteristischen Geschwindigkeit, der sog. Schallgeschwindigkeit  $c_s$  aus und hängt u.a. vom Ausbreitungsmedium ab. In Luft beträgt sie 343 m/s bei 20°C und 1407 m/s in Wasser bei 0°C. Wie für alle physikalischen Wellen lässt sich die Schallwellenlänge  $\lambda_s$  mit der Schallfrequenz  $f_s$  und der Schallgeschwindigkeit  $c_s$  wie folgt berechnet:

$$\lambda_s = c_s / f_s$$

Gl. 14.1

Die Druckschwankung werden Schalldruck  $p_s$  genannt und ist die mechanische Kraft  $F$  mit der die Mediumsteilchen senkrecht auf eine definierte Fläche  $A$  einwirkt:

$$p_s = F/A$$

Gl. 14.2

Für Schallwellen gelten, die allg. physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Wellenlehre: Reflexion, Brechung, Interferenz und Beugung sowie der Dopplereffekt.

#### 14.1.1 Physikalische Einteilung der Schall-Frequenzbereiche:

- Infraschall: < 16 Hz (niedere Frequenz, für Menschen noch nicht hörbar)
- Hörschall: 16 Hz bis 20 kHz (mittlere Frequenz, für Menschen hörbarer Schall)
- Ultraschall: 20 kHz bis 1 GHz (hohe Frequenz, für Menschen nicht mehr hörbar)
- Hyperschall: > 1 GHz bis 10THz (höchste Frequenz, Grenze zur Wärmeschwingung)

#### 14.1.2 Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Schalls in verschiedenen Medien:

Bei der Schallausbreitung findet kein Teilchentransport sondern ein Energietransport statt, da sich die Moleküle bei Fluiden (Gas und Flüssigkeiten) und die Gitteratome bei Festkörpern periodisch um ihre Ruhelage bewegen, d.h. um diese Schwingungen ausführen.

- Longitudinalwellen in beliebigen elastischen Medien:

$$c_s = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{p_s}{\rho}}$$

Gl. 14.3

Wobei  $\alpha$  die sog. Dehngröße ist (abhängig vom Aggregatzustand) und  $\rho_s$  die Festkörperdichte.

- Longitudinalwellen in elastischen Festkörperstäben gilt:

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Gl. 14.4

Mit  $1/\alpha = E$ , wobei  $E$  der Elastizitätsmodul mit ist.

- Longitudinalwellen in Flüssigkeiten (nur für diese) gilt:

$$c_s = \sqrt{\frac{V}{\Delta V} \cdot \frac{\Delta p_s}{\rho}}$$

Gl. 14.5

Mit  $1/\alpha = \Delta V / (V \cdot \Delta p_s)$

Gl. 14.6

Wobei  $\Delta V/V$  die relative Volumenänderung bei der Druckänderung  $\Delta p_s$  ist. Hinweis: Die Werte die mit Gl. 14.5 berechnet werden sind oft zu klein.

□ Longitudinalwellen in Gasen (nur für diese) gilt:

$$c_s = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p_s}{\rho}}$$

Gl. 14.7

Mit  $1/\alpha = \kappa p_s$ , wobei  $\kappa$  der sog. Adiabaten- Koeffizient ist.

Wegen der großen Geschwindigkeit der Druckänderungen handelt es sich hier um adiabatische Zustandsänderungen. Für Luft bei  $0^\circ\text{C}$  ist  $\kappa = 1,4$ . Mit Hilfe der allg. Gasgleichung lässt sich die Gl. 14.7 wie folgt umformen:

$$c_s = \sqrt{\kappa \cdot R_s \cdot T}$$

Gl. 14.8

Wobei T die abs. Temperatur ist,  $R_s = R/m_M$  die spez. Gaskonstante mit der allg. Gaskonstanten  $R = 8,314 \cdot 10^4 \text{ J/grad}$  und  $m_M$  die Kilomolmasse ist.

### 14.1.3 Schallfeld

Das Schallfeld ist der von Schallschwingungen erfüllte Raum.

□ Schallschnelle

Die Schallschnelle gibt die Momentangeschwindigkeit eines schwingenden Teilchens an, d.h. die Wechselgeschwindigkeit mit den Teilchen (z.B. Luftteilchen) des Schallübertragungsmediums um ihre Ruhelage schwingen. Die Schallschnelle  $v$  darf nicht mit der Schallgeschwindigkeit  $c_s$ , (Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen) im Übertragungsmedium verwechselt werden, obwohl beide in m/s gemessen werden. Für die eindimensionale Wellenausbreitung gilt:

$$v = v_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Gl. 14.9

Wobei  $v_0$  die Geschwindigkeitsamplitude und  $\omega$  die Kreisfrequenz ist. Die Maßeinheit für die Schallschnelle ist: m/s.

□ Energiedichte des Schallfeldes

Schallwellen bewegen Mediumsteilchen um die mittleren physikalischen Zustandsgrößen Druck und Dichte. Die dabei transportierte Schallenergie setzt sich aus der kinetischen und potentiellen Schwingungsenergie zusammen. Für die maximale kinetische Schall-Energie  $W_{kin}$  gilt:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v_0^2$$

Gl. 14.10

Aus Gl. 14.9 erhält man die Schall-Energiedichte  $w$  zu:

$$w \equiv \frac{W_{kin}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2$$

Gl. 14.11

Für die maximale potentielle Schall-Energie  $W_{pot}$  gilt (ohne Ableitung):

$$W_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2}{\rho \cdot c_s^2} \cdot V$$

Gl. 14.12

Aus Gl. 14.11 erhält man die Schall-Energiedichte  $w$  zu:

$$w \equiv \frac{W_{pot}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2}{\rho \cdot c_s^2}$$

Gl. 14.13

Die Maßeinheit für die Schall-Energie ist 1Ws und für die Schall-Energiedichte  $1\text{Ws/m}^3$ .

□ Schalldruck

Als Schalldruck werden die Druckschwankungen eines kompressiblen Übertragungsmedium (z.B. Luft), die bei der Ausbreitung von Schall auftreten, bezeichnet. Der Schalldruck ist ein Wechseldruck (Wechselgröße). Setzt man die beiden Ausdrücke der für die Energiedichten einander gleich erhält man:

$$p_0 = \rho \cdot c_s \cdot v_0$$

Gl. 14.14

Die Maßeinheit des Schalldrucks ist:  $1\mu\text{bar} = 0,1\text{N/m}^2 = 0,1\text{Pa}$  (Pascal)

#### □ Schalleistung

Für die von einer Schallwelle übertragene Leistung  $\Delta E$  ist die übertragene Schwingungsenergie pro Zeiteinheit  $\Delta t$ , es gilt also:

$$P = \Delta E / \Delta t$$

Gl. 14.15

Die Maßeinheit der Schalleistung ist: 1W (Watt). Setzt man Gl.14.10 in Gl. 14.15 ergibt sich:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot \frac{A \cdot \Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot A \cdot c_s$$

Gl. 14.16

Wobei A die durchschallte (oder beschallte) Fläche ist.

#### □ Schallintensität

Mit der Schallintensität I kann der "Energiefluss" in Schallfeldern beschrieben werden und gibt an wie groß der „Energiebelag“, d.h. die Schalleistung P bezogen auf die beschallte Fläche A ist.

$$I = P/A$$

Gl. 14.17

Die Maßeinheit der Schalleistung ist:  $1\text{W/m}^2$ . Setzt man Gl.14.16 in Gl. 14.17 ergibt sich:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot c_s = \frac{1}{2} \cdot p_0 \cdot v_0$$

Gl. 14.18

Sie ist mathematisch das Produkt von Schallschnelle und Schalldruck.

#### □ Schalleistungspegel (Relative Schallintensität)

Der Begriff "Pegel" steht für den Vergleich zwischen einer gemessenen Größe (Strom, Spannung oder Leistung) und einer Bezugsgröße. Häufig werden Schallintensitäten (oder kurz Schallpegel) nicht absolut, sondern relativ gemessen, d.h. die absolute Schallintensität wird bezogen auf eine definierte Schallintensität. Die Schallintensität hat also eine Pseudomaßeinheit und ist wird als logarithmische Maß 1 dB (Dezibel) definiert. Es gilt:

$$L_w = 10 \cdot \lg(I_2/I_1) = 20 \cdot \lg(p_2/p_1)$$

Gl. 14.19

Anmerkung: da I proportional zu p ist steht im zweiten Ausdruck der Faktor 20 statt10.

#### □ Schallpegel (Lautstärke)

Da die sog. Schallempfindung einen weiten Frequenzbereich umfasst, wird eine logarithmische Skala zum Vergleich von Schallquellen verwendet. Als Bezugsgröße dient ein Schalldruck, bei dem das Ohr des Menschen im Mittel gerade zu reagieren beginnt und wird als Bezugspegel 0dB definiert. Dieser Schalldruck heißt Schwellenschalldruck  $p_0$  und wird die einer Schallfrequenz von 1000Hz bestimmt. Er beträgt:

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N / m}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{bar}$$

Gl. 14.20

Damit gilt für den Schallpegel:

$$L_s = 20 \cdot \lg \frac{p_{\text{mess}}}{p_0} = 20 \cdot \lg \frac{p_{\text{mess}}}{2 \cdot 10^{-4} \mu\text{bar}}$$

Gl. 14.21

Wobei  $p_{\text{mess}}$  der messtechnisch ermittelte Druck ist. Die logarithmische Maß heißt Phon.

#### □ Schalldämpfung (Schalldämmung)

Ist  $I_1$  die Schallintensität ohne schalldämmende Maßnahme und  $I_2$  die Schallintensität mit einer schalldämmenden Maßnahme gilt mit Gl. 14.19:

$$D = 10 \cdot \lg(I_2/I_1) = 20 \cdot \lg(p_2/p_1)$$

Gl. 14.22

Die Maßeinheit ist das dB.

#### Merke:

Schalldruck, Schallschnelle und Schallimpedanz ist eine Schallfeldgröße.

Schallintensität ist dagegen eine Schallenergiegröße.

Schalldruck ist nicht Schallintensität.

Schalleistung nimmt nicht mit der Entfernung von der Schallquelle ab.